이차방정식의 판별식

$ax^2+bx+c=0$ ($a\neq 0$, a, b, c 가 실수)

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-b'\pm\sqrt{b'^2-ac}}{a}$$

여기서$b^2-4ac=D$, $b'^2-ac=\dfrac{D}{4}$

$D>0$: 서로다른 두 실근

$D=0$: 중근

$D<0$: 서로다른 두 허근

예제1

이차방정식$(m+4)x^2-2mx+2=0$ 이 중근을 가질 때 실수m

➡ $\dfrac{D}{4}$: $m^2-2(m+4)=0$ $\quad m^2-2m-8=0$

$(m-4)(m+2)=0$ .. $m=4,\ -2$

예제2

$x^2-2(k-a)x+k^2+a^2-b+1=0$ 이 k 관계없이 중근을 가질 때, 실수$a, b=?$

➡ $\dfrac{D}{4}$: $(k-a)^2-k^2-a^2+b-1=0$

$-2ak+b-1=0$ $\qquad\therefore\ a=0,\ b=1$

예제3

$x^2+(a+2i)x+b+4i=0$ 의 두 근이 서로 같을 때 실수$a, b=?$

➡ $D=(a+2i)^2-4b-16i=0$

$a^2+4ai-4-4b-16i=0$

$\star(\ )x^2+(\ )x+(\ )=0$ 이 실근

$(a^2-4b-4)+(4a-16)i=0$

ⅰ) 계수가 실수 :$D\geq 0$

a,b 실수 ... $a=4,\ b=3$

ⅱ) 계수가 허수 :$(\ )+(\ )i=0$

예제4

$(2+i)x^2+(a-i)x+4-2i=0$ 이 실근을 가질 때 실수a =?

➡ $(2x^2+ax+4)+(x^2-x-2)i=0$

x, a 가 실수 $\qquad x^2-x-2=0$

$x=2,\ -1$

$2x^2+ax+4=0$ …… $x=2$: $8+2a+4=0$ ... $a=-6$

$x=-1$: $2-a+4=0$ ... $a=6$